Code No. : 3075

B. Sc. (Part III) Examination, 2021-22

PHYSICS

Paper First

(Mathematical Physics and Classical Mechanics)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 50*

Note : (i) Answer ***five*** questions in all.

(ii) Question No. 1 is ***compulsory.***

(iii) Answer ***two*** questions each from Section A and Section B.

(iv) All questions carry equal marks.

(v) Symbols have their usual meanings.

नोट : (i) कुल ***पाँच*** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(ii) प्रश्न संख्या 1 ***अनिवार्य*** है।

(iii) खण्ड **'अ'** तथा खण्ड **'ब'** प्रत्येक से ***दो-दो*** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(iv) सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

(v) प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

P. T. O.

https://www.suksn.com

1. Answer all parts of the following :

निम्नलिखित सभी भागों के उत्तर दीजिए :

(a) Explain central forces with example.

केन्द्रीय बलों की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

(b) What are orthogonal transformation ? Explain.

लम्बवत् रूपान्तरण क्या होते हैं ? समझाइये।

(c) Define Poisson bracket. Write down the Jacobi identity.

प्वॉयसां ब्रेकिट को परिभाषित कीजिए। जैकोबी आइडेण्टिटी को लिखिए।

(d) Find reduced mass of HCl molecule, if atomic mass of H and Cl are 1 and 35 respectively.

HCl अणु का सघनीत द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, यदि H व Cl का परमाणु द्रव्यमान क्रमशः 1 तथा 35 है।

https://www.suksn.com

(e) Prove that :

$$2n\,H_{n-1}(x) = H'_n(x)$$

दिखाइये कि :

$$\therefore\ 2n\,H_{n-1}(x) = H'_n(x)$$

Section—A

खण्ड—अ

2. Solve the following differential equation using power series method :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2ny = 0$$

Also show that :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\, H_n(x)\, H_m(x)\, dx = 2^n \sqrt{\pi}\ n!\ \delta_n^m$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल घात श्रेणी विधि से कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2ny = 0$$

यह भी दिखाइये कि :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\, H_n(x)\, H_m(x)\, dx = 2^n \sqrt{\pi}\ n!\ \delta_n^m$$

https://www.suksn.com

3. Define scale factor. Find the expression for the scale factor when curvilinear coordinates are expressed in terms of Cartesian coordinates. Derive expression for Laplace operator in terms of orthogonal curvilinear coordinates.

स्केल गुणांक को परिभाषित कीजिए। कार्तिक निर्देशांकों के पदों में व्यक्त वक्रीय निर्देशांकों हेतु स्केल गुणांक प्राप्त कीजिए। लाप्लास प्रचालक हेतु लम्ब वक्रीय निर्देशांकों के पदों में व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

4. Write Kepler's laws of planetary motion. Which of the Kepler's law is true for all central forces ? Explain.

कैप्लर के ग्रहीय गति के नियमों को लिखिए। कैप्लर का कौन-सा नियम सभी केन्द्रीय बलों के लिए सत्य है? समझाइये।

5. Define Hamilton's principal function for a mechanical system having n-degrees of freedom. Using the Hamilton-Jacobi technique, discuss the motion of a one-dimensional harmonic oscillator.

https://www.suksn.com

n-स्वातंत्र्य कोटि के यांत्रिक तंत्र के लिए हैमिल्टन के मुख्य फलन को परिभाषित कीजिए। हैमिल्टन-जैकोबी तकनीक का प्रयोग कर एक-विमीय आवर्ती दोलित्र की गति की विवेचना कीजिए।

Section—B

खण्ड—ब

6. (a) Prove that :

$$\left[1 - 2xz + z^2\right]^{-1/2} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} P_n(x)\, t^n$$

सिद्ध कीजिए :

$$\left[1 - 2xz + z^2\right]^{-1/2} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} P_n(x)\, t^n$$

(b) Prove that :

(i) $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$

(ii) $P_n(1) = 1$

सिद्ध कीजिए :

(i) $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$

(ii) $P_n(1) = 1$

https://www.suksn.com

7. (a) Let $\bar{A}$ be a vector field. Prove that :

$$\bar{\nabla}.\left(\bar{\nabla} \times \bar{A}\right) = 0$$

मान लीजिए कि $\bar{A}$ एक सदिश क्षेत्र है। सिद्ध कीजिए कि :

$$\bar{\nabla}.\left(\bar{\nabla} \times \bar{A}\right) = 0$$

(b) Express div $\bar{A}$ in terms of orthogonal curvilinear coordinates.

div $\bar{A}$ को लाम्बिक वक्र रेखीय निर्देशांकों के पदों में व्यक्त कीजिए।

8. (a) Show that the transformation $P = \frac{1}{2}(p^2 + q^2)$ and $Q = \tan^{-1}\left(\frac{q}{p}\right)$ is canonical.

दर्शाइए कि $P = \frac{1}{2}(p^2 + q^2)$ एवं $Q = \tan^{-1}\left(\frac{q}{p}\right)$ एक विहित रूपान्तरण है।

(b) Obtain an expression for inertia tensor I_{ij}.

जड़त्व प्रदिश I_{ij} के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

https://www.suksn.com

9. Write notes on the following :

(i) Principle of least action

(ii) Generating function for Lageurre polynomials

निम्नलिखित पर टिप्पणियाँ लिखिए :

(i) न्यूनतम क्रिया का सिद्धान्त

(ii) लगोरी बहुपद के लिए जनक फलन

https://www.suksn.com